Solomon Marcus: matematician*

Liviu Ornea
Membru corespondent al Academiei Române

Freeman Dyson împărțea matematicienii în broaște și păsări, el însuși plasându-se între broaște – nimic depreciativ, deci. Păsările, pentru că, din înalt, văd departe, ar fi matematicienii atrași de teoriile mari, conceptuale. Broaștele, cu ochii-n pământ și cu o rază vizuală foarte mică, sunt interesate mai ales de probleme punctuale dificile, la firul ierbii. Grothendieck ar fi o pasăre în timp ce, de exemplu, Paul Erdős pare a fi un strălucit reprezentant al broaștelor.

Pe Solomon Marcus îl socotesc matematician fără rest. Refuz să consider preocupările sale din sfera matematicilor aplicate, a informaticii teoretice, a lingvisticii, a semioticii și chiar a filosofiei altceva decât matematică. Asta pentru că spiritul și metodele matematicii au infuzat toată opera sa, din orice domeniu ar fi fost. Ciudățenia e că, în matematica sa aplicată, mai ales în lingvistică, în teoria gramaticilor, a fost fără îndoială o pasăre cu aripi puternice, pe când în matematica sa „pură”, în analiza clasică, în speță, de care s-a ocupat sistematic până prin primii ani 1960, a fost neîndoios o broască.

Chiar fără să cunoști omul și să-i citești confesiunile din ultima parte a vieții, doar urmărindu-i publicațiile de matematică pură – peste o sută, răspândite aproape neglijent în cele mai diferite reviste, de la unele obscure până la cele mai prestigioase, precum *Annales de l'Ecole Normale Supérieure* – vezi că era mânat în primul rând de curiozitate. Îi plăceau proprietățile neobișnuite, ciudate, legăturile ascunse, patologiile care frizează paradoxul.

Iată un exemplu. În articolul *Functions with the Darboux Property and Functions with Connected Graphs* (Mathematische Annalen, 141, 311-317, 1950) analizează legătura dintre două proprietăți naturale de conexiune care se pot considera pentru funcții reale, anume cea impusă de proprietatea lui Darboux și cea de a avea graficul conex, demonstrând un rezultat cel puțin contraintuitiv. Astfel, arată că există o funcție reală de o variabilă reală care satisface ecuația funcțională $f(x+y)=f(x)+f(y)$, are graficul conex și ia, pe orice mulțime reală perfectă (adică închisă și fără puncte izolate), fiecare valoare reală de $2^{\aleph_0}$ ori. Cu ajutorul ei, construiește apoi o funcție reală definită pe $\mathbb{R}$ cu grafic disconex și care ia pe orice mulțime reală perfectă fiecare valoare reală de $2^{\aleph_0}$ ori, apoi una cu aceleași proprietăți și cu grafic total disconex[1]. Evident, funcțiile construite nu sunt măsurabile Lebesgue și nu au proprietatea lui Baire[2]. În același articol arată că există o funcție reală de o variabilă reală care satisface ecuația funcțională $f(x+y)=f(x)+f(y)$, are graficul conex și nemăsurabil și nu are proprietatea lui Baire pe niciun interval din plan. Rezultatele acestea sunt citate inclusiv în 2023.

Demonstrațiile din acest articol, ca și din multe altele, sunt ingenioase, elegante, probează

Alocuțiune susținută la Sesiunea omagială „Centenar Solomon Marcus” (12 martie 2025, Aula Academiei Române)

1. Doar submulțimile cu un singur punct sunt conexe.

2. O mulțime are proprietatea lui Baire dacă e reuniune $(D - P) \cup R$, unde D e mulțime deschisă, iar P și R sunt de prima categorie Baire, adică sunt reuniuni numărabile de mulțimi nicăieri dense. Mulțimile care nu sunt de prima categorie Baire, se numesc de a doua categorie Baire. De exemplu, în $\mathbb{R}$, numerele raționale sunt de prima categorie Baire și cele iraționale, de a doua categorie. Mulțimile de a doua categorie Baire sunt „bogate” și e foarte interesant de decis când această noțiune de „bogăție” coincide cu cea din teoria măsurii.

o adevărată erudiție matematică și capacitatea de a sesiza conexiuni ascunse acolo unde, în general, nu te-ai aștepta să apară.

E o matematică greu, de nu imposibil, de imitat. Un corolar e și acela că, din păcate, deși a condus mai multe doctorate, nu a avut continuatori în matematica pură – spre deosebire de informatică și lingvistică unde linia descendenților e foarte viguroasă.

Marcus a fost și un neobosit și entuziast propagator și divulgator – și nu mă refer doar la cursurile sale minunate, presărate cu detalii și motivații istorice, la cărțile de popularizare, multe și provocatoare, nu doar expozitive, și la ultimii săi ani, când mergea prin școli și stătea de vorbă cu elevi uluiți de tinerețea spirituală și de jovialitatea bătrânului care li se înfățișa. Pentru el, matematica era și o activitate socială: îi plăcea să colaboreze, să discute, să împartă generos probleme. Nu sunt puțini cei ale căror prime articole de cercetare au pornit, în vremea studenției, de la întrebări puse cu aparentă inocență de profesorul Marcus, uneori chiar în timpul unor cursuri elementare. Cum se întâmplă îndeobște, de generozitatea lui au profitat și unii nechemați.

În paranteză fie spus, îmi aduc aminte că, în cinci de facultate, numai de la el, și anume în anul I, am auzit despre categorie Baire, despre mulțimi rare, F-sigma[3] și G-delta[4].

Solomon Marcus a practicat un tip de matematică deloc la modă azi, în răspăr cu tendințele mari și cu teoriile conceptuale – nu reiese, de altfel, din publicațiile sale dacă le urmărea, dacă era la curent cu noile teorii din analiză și, în general, din matematică.

Nu e ușor de definit frumosul în matematică. Nu e ușor tocmai pentru că noțiunile invocate cel mai frecvent – simplitate, eleganță, precizie, caracterul neașteptat – sunt ele însele relativ ambigue, contextuale, determinate chiar istoric, și deci greu definibile. Aș spune că frumusețea unei teorii, a unui rezultat sau a unei demonstrații e stabilită, mai degrabă, consensual, în comunitatea celor interesați. Ceea ce nu face mai puțin perceptibilă frumusețea matematicii.

Marcus ținea la estetica matematicii, țin minte că încă de la cursul din anul I încerca să ne transmită, așa cum o percepea el, frumusețea unui enunț, a unei demonstrații. Despre multe dintre rezultatele lui, majoritatea suntem de acord că sunt pur și simplu frumoase. Inutile, poate, dar cât de nobile!

Azi, Marcus n-ar fi câștigat nicio competiție de granturi. Deși rezultate ale lui sunt încă citate – nu e deloc puțin lucru, după mai bine de șaptezeci de ani de la apariție, în cazul unora – tipul lui de matematică și de atitudine față de matematică nu prea se mai poartă. Păcat.

3. Reuniuni numărabile de mulțimi închise. De exemplu, numerele raționale în $\mathbb{R}$.
4. Intersecții numărabile de mulțimi deschise. De exemplu, numerele iraționale în $\mathbb{R}$.