INSTITUTUL DE INFORMATICĂ TEORETICĂ
ACADEMIA ROMÂNĂ, FILIALA IAȘI

PROIECT DE CERCETARE nr. 3 / 2021

a) Denumire temă: Evoluția resurselor în sistemele dinamice discrete.

b) Coordonator:

CS I dr. Gabriel Ciobanu

c) Colectiv de cercetare:

- CS II dr. Bogdan Aman
- CS III dr. Andrei Alexandru

d) Colaboratori:

- Conf. dr. Dănuț Rusu (Univ. "Al.I. Cuza" Iaşi, RO)
- Prof. dr. Eneia Nicolae Todoran (Univ. Tehnică Cluj, RO)
- Conf. dr. Ross Horne (Univ. Luxemburg)

e) Termene de realizare:

- Etapa I: **Modelări discrete în sisteme dinamice complexe**
  Raport de cercetare 30.06.2021
- Etapa II: **Estimarea resurselor în sisteme dinamice discrete**
  Raport de cercetare 31.12.2021

Stadiul Actual

Preocupările grupului nostru din ultimii ani se leagă de modelările discrete ale sistemelor dinamice complexe care apar în informatică.

Am introdus şi studiat algebra de procese TiMo, care reprezintă un model formal pentru procesele ce migrează între locațiile unor sisteme distribuite și care primesc şi transmit date; mai mult, toate aceste acțiuni pot fi controlate prin mecanisme de măsurat timpul. Am definit o translatare a TiMo în limbajul de rescriere real-time Maude pentru a putea analiza sistemele multiagent cu migrare și comunicare restricționate în timp. De asemenea, pornind de la aceasta algebră de procese TiMo, am definit o noua algebră de procese pTiMo în care migrația și interacțiunile în sistemele complexe depind de probabilități. Semantica acestei noi algebre de procese este prezentată în termeni de lanțuri Markov. Logicile și instrumentele software cantitative (e.g., PRISM) nu suportă în mod explicit verificarea proprietăților care depind de ceasuri locale, multiseturi de tranziții maximale și locații explicite care apar în pTiMo. Pentru a putea verifica asemenea proprietăți, am definit o logică temporal-probabilistică PTLM pentru pTiMo. În plus am propus un algoritm de verificare a proprietăților PLTM, analizându-i totodată şi

complexitatea temporală. Am definit şi studiat algebre de procese în care locațiile, prezența resurselor sau restricțiile temporale/probabilistice au un rol important (membrane mobile temporale, membrane catalitice cu temporalitate, membrane mobile cu obiecte pe suprafață, etc.).

Am studiat anumite proprietăți ale sistemelor de recriere multiset (membrane systems) folosind tehnici specifice și simulatoare software avansate (coloured Petri nets, (priccd) Maude). Am caracterizat unele subclase ale acestor sisteme în care diverse proprietăți calitative (accesibilitate, vivacitate) și proprietăți cantitative (mărginire) sunt decidabile.

Am definit noțiunea de sincronizare în contextul sistemelor membranare în care aplicarea regulilor dintr-un multiset de reguli este condiționată de aplicarea cel puțin o dată a fiecărei reguli. Am demonstrat că sistemele care folosesc sincronizarea regulilor au puterea de calcul a mașinilor Turing.

Am definit și studiat în contextul sistemelor membranare diverse semantice operaționale și denotaționale. Ambele tipuri de semantici își au rădăcinile în matematică. Înțelegerea acestor fundamente matematice ne poate ajuta să le folosim în mod adecvat în abordările formale inspirate din biologia moleculară. De asemenea, am introdus şi studiat semanticile bazate pe continuări pentru concurenţă (CSC). Am definit o semantică denotaţională pentru un limbaj simplu concurent, bazat pe tehnologia CCS a lui Milner, extinsă cu interacțiuni sincrone multipartite. Am demonstrat că modelul nostru denotațional este slab abstract în acord cu o semantică operațională corespondentă. Semantica denotaţională este construită folosind spații metrice și semantici bazate pe continuări pentru concurenţă. Tehnica utilizată poate fi folosită pentru a descrie un comportament concurent într-o manieră abstractă.

Teoria structurilor algebrice cu suport finit, numită general Matematica Finit Suportată (FSM) prezintă un concept alternativ de multime, în care noțiunea de infinit este mai relaxată decât in matematica clasică. Informal, in FSM suntem capabili să modelăm structurile infinite utilizând un număr finit de caracteristici. Mai precis, in FSM admitem existenţa structurilor infinite, dar pentru o structură infinită doar o familie finită de elemente (suportul său finit) este cu adevărat importantă pentru a o caracteriza, restul elementelor fiind „oarecum similare”. Mai exact, în FSM orice element din orice mulţime are un suport finit în raport cu acţiunea grupului permutărilor unei familii fixate de elemente bazice (numite atomi) pe respectiva mulţime. Multimile inzestrate cu actiuni de grup in care orice element este finit suportat se numesc invariante. Multimile FSM sunt definite ca submulţimi finit suportate ale unei mulţimi invariante. Abordarea FSM işi are originile atât în definiţia de logicalitate a lui Alfred Tarski cât şi în modelarea conceptului de computabilitate în sens Gandy. Am dovedit că mulţimile nul-suportate (invariante) din universul FSM sunt notiuni logice in sens Tarski. Am evidenţiat conexiuni între abordarea FSM, abordarea Fraenkel-Lindenbaum-Mostowski (în sensul construirii unor modele permutative) din teoria mulţimilor cu atomi, abordarea Gabbay-Pitts despre mulţimi nominale (peste seturi de atomi care nu au structură internă) și abordarea Bojanczyk-Klin-Lasota despre mulţimi nominale extinse (peste seturi de atomi care pot avea structură internă).

FSM reprezintă, de fapt, o rescriere a algebrei clasice Zermelo-Fraenkel în

termeni de structuri finit suportate, unde setul de atomi este infinit (nu neaparat numărabil ca în cazul teoriei mulţimilor nominale). Informal, am putea spune ca FSM este o reformulare a algebrei Zermelo-Fraenkel în care termenul *"obiect infinit (non-atomic)"* este inlocuit de conceptul de *„obiect infinit (atomic), dar finit suportat în raport cu o acţiune canonică a grupului de permutări de atomi*". Dat fiind faptul că definirea submulţimilor unei mulţimi FSM nu este inchisă relativ la proprietatea de finit suportare (adică există submulţimi ZF ale unei mulţimi invariante care nu rămân finit suportate), translatarea unor rezultate din ZF în FSM nu este trivilă şi cere atenţie sporită. Am prezentat metodologia generală de translatare a unui rezultat clasic din ZF în FSM, evidenţiind metoda ierarhică constructivă de definire a suportului unei structuri algebrice, principiul meta-teoretic de echivarianţă/finit suportare din logica de ordin superior şi principiul meta-teoretic de *S*-suportare din logica de ordin superior, şi exemplificând beneficiile fiecăreia din aceste metode. Aceste metode au fost utilizate pentru translatarea în FSM a unor structuri algebrice clasice precum grupuri subgrupuri, monoizi, latice, mulţimi parţial ordonate, multiseturi sau multiseturi generalizate. Am analizat multiple teoreme de scufundare, universalitate, punct fix, calculabilitate, aproximare, etc. Am prezentat rezultate ce pot fi translatate din ZF, dar şi rezultate ce sunt specifice cadrului atomic, fără a avea un corespondent non-atomic. De asemenea, am prezentat şi o serie de aplicatii ale FSM în analiza statica a limbajelor de programare sau în studierea semanticii calculelor de procese (folosind operatori de legare specifici în locul condițiilor laterale de „nume nou" din regulile de tranziţie).

De asemenea am introdus conceptele de latice invariantă, latice completă invariantă, latice Boole invariantă şi conexiune Galois finit suportata. Am obtinut proprietăți specifice ale multimilor ordonate finit suportate (în special proprietăți privind ordinea cardinalilor, aritmetica cardinalilor și proprietăţi de punct fix. In cadrul structurilor finit suportate, am dovedit inconsistenţa primului si al celui de-al doilea Principiu de Trihotomie dar si a mai multor forme mai slabe de alegere sau a unor rezultate ce se bazeaza pe principiile de alegere. De asemenea am dovedit validitatea teoremei directe Cantor Bernstein pentru cardinalităţi (unde cardinalii sunt ordonati via functii injective) şi inconsistenta teoremei duale Cantor Bernstein pentru cardinalităţi (unde cardinalii sunt ordonaţi via functii surjective). Am dovedit validitatea unor teoreme fundamentale de punct fix precum Bourbaki-Witt, Tarski-Kantorovitch, Strong Tarski sau Scott, dar am prezentat si o serie de teoreme de calculabilitate si punct fix specifice cadrului multimilor finit suportate precum: existenta punctelor fixe pentru functii monotone finit suportate definite pe multimea tuturor submultimilor finite de atomi, sau existenta unor tehnici de computare specifice pentru punctele fixe ale functiilor finit suportate şi monotone definite pe latice invariante complete ce nu contin submultimi uniform suportate. Am prezentat şi o serie de aplicatii ale rezultatelor precum aproximarea prin tehnici Pawlak a submulţimilor finit suportate ale unei mulţimi invariante infinite, sau calcularea iterativa a punctelor fixe ale unor functii finit suportate. De asemenea am oferit un studiu complet al mulţimilor FSM Dedekind (infinite).

Cercetările în domeniul structurilor algebrice cu suport finit au impact asupra modelelor de reprezentare a variabilelor în sistemele de calcul (care sunt modele discrete), prin studierea într-o manieră finitară/computabilă a mulţimilor fuzzy infinite, definite ierarhic pornind de la o mulţime de elemente de bază. Formal, o

mulţime fuzzy descrisă în FSM este reprezentată de o mulţime infinită, finit suportată, împreună cu o funcţie la rândul ei finit suportată care modelează gradul de apartenenţă/membership al fiecărui element din respectiva mulţime. In acest fel putem evidenţia un număr mare de simetrii, aşa încât să putem reprezentata și manipula în mod concis mulţimile fuzzy infinite. Concepte clasice din teoria mulţimilor fuzzy precum precum tăietură, fuzzy support sau principii de extindere fuzzy au fost reformulate şi studiate în FSM, prin translatarea proprietăţilor din universul mulţimilor non-atomice către universul multimilor atomice ierarhic finit suportate. De asemenea, am prezentat o serie de conexiuni între familia mulţimilor fuzzy peste o mulţime suport invariantă şi laticile invariante complete si monoizii invarianţi. Scopul nostru a fost de a prezenta o maniera finitară/computabilă de modelare a mulţimilor fuzzy infinite.

Putem concluziona că teoria structurilor finit suportate poate fi utilizată cu succes pentru a furniza un studiu computaţional al structurilor foarte mari (eventual infinite) care conțin suficiente simetrii astfel încât să poată fi reprezentate și manipulate în mod concis.

Scopul proiectului

Temele abordate de grupul nostru au un grad mare de actualitate științifică, concretizat prin publicarea rezultatelor la nivel internațional și prin stabilirea de colaborări cu parteneri interesați de rezultatele cercetării noastre. Aceste teme reprezintă o continuare a activității de cercetare pe direcțiile abordate anterior în planurile de cercetare ale grupului, incluzând însă și elemente noi originale care să permită accederea în publicații și conferințe vizibile internațional. Atingerea obiectivelor propuse în cadrul acestui proiect de cercetare va fi realizată prin desfășurarea de activități de cercetare științifică fundamentală și aplicată.

În prima etapă cercetările echipei vor avea următoarele obiective:

- Extinderi cantitative ale formalismelor existente legate de dinamica sistemelor discrete.
- Utilizarea teoriei mulțimilor finit suportate pentru modelarea discreta a structurilor infinite

În a doua etapă cercetările echipei vor fi orientate spre obiectivele:

- Studiul mulțimilor uniform suportate în structuri finit suportate.
- Dinamica interacțiunilor în sistemele dinamice complexe.

Andrei Alexandru se va ocupa de matematicile finit suportate, Bogdan Aman de dinamica sistemelor discrete, iar Gabriel Ciobanu va continua cercetările în cadrul formalismului TiMo și va coordona activitatea echipei pentru a duce la îndeplinire obiectivele propuse.

Rezultate Scontate

- cel puţin 3 lucrări publicate în reviste bine cotate internaţional sau în volume ale unor conferinţe internaţionale;
- prezentări ale rezultatelor în cadrul unor conferinţe (în măsura în care este susţinută participarea);
- realizărea și adaptarea unor produse software legate de studiile teoretice în domeniile cercetate.

Valorificarea Rezultatelor

- publicarea rezultatelor la nivel internațional;
- colaborări cu posibili parteneri interesați de rezultatele cercetării;
- atenționarea cercetătorilor şi a finanțatorilor asupra domeniilor studiate;
- atragerea tinerilor în aceste domenii și studii de perspectivă.

Colaborări (în ţară):

- Universitatea "Al. I. Cuza", Iași, Facultatea de Informatică
- Universitatea "Al. I. Cuza", Iași, Facultatea de Matematică
- Universitatea Tehnica Cluj-Napoca.

Director, Întocmit,

CS II dr. Vasile Apopei CS I dr. Gabriel Ciobanu, MAE